Kommentar om experiment med lysdioder för att bestämma Plancks konstant

Introduktion

Under kursen ”Nanovetenskap för lärare” läsåret 07/08 blev vi medvetna om ett experiment med lysdioder som är vanligt på gymnasier. Lite surfande indikerar att experimentet är mycket spritt, inte bara i Sverige.

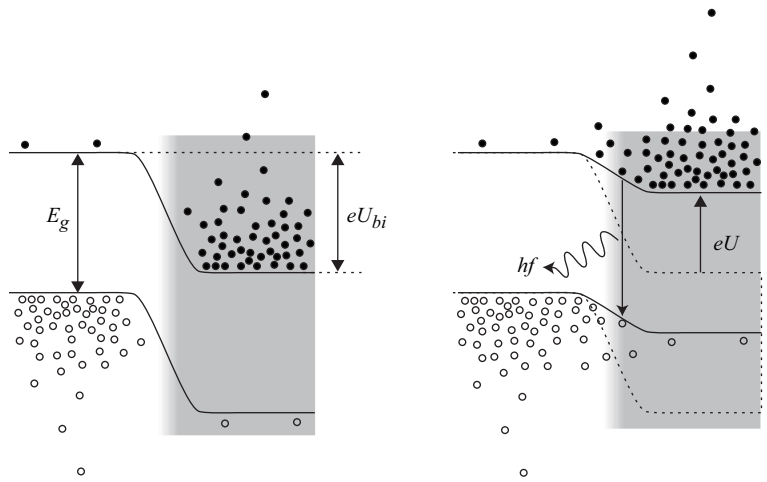
Experimentet går ut på att mäta Plancks konstant h genom att för en eller flera lysdioder ta reda på vid vilken spänning de börjar lysa (tröskelspänningen U_{onset}) och sedan jämföra detta med energin hos de fotoner dioden sänder ut. Tanken är att elektroner får ett energitillskott eU_{onset} (där e är elementarladdningen) och sedan deexciteras genom att sända ut fotoner med energin hf, där f är frekvensen hos det utsända ljuset. Ett energibalansresonemang ger att $eU_{\text{onset}} = hf$. Är frekvensen känd, genom mätning eller information från diodtillverkaren, kan man alltså beräkna h.

Från vårt perspektiv finns det några problem med försöket. Idéen att energi som tillförs elektronerna i form av pålagd elektrisk spänning omsätts exakt till energi hos emitterade fotoner stämmer uppenbarligen inte när $U > U_{\text{onset}}$. Dioden emitterar ju fortfarande fotoner med samma frekvens som vid tröskelspänningen.

Det är också ett mycket godtyckligt mått när ”dioden börjar lysa” - det beror på våra ögons känslighet. Dioden både lyser och leder ström även vid lägre spänningar, men det sänds ut för få fotoner för att vi ska kunna se dem (även om det mänskliga ögat är en mycket bra fotondetektor). Man kan även använda en elektronisk detektor för att avgöra när dioden börjar lysa. Resultatet beror på detektorns känslighet och inte på dioden.

Hur fungerar en lysdiod?

En lysdiod är i princip en pn-övergång, dvs ett område där en p-dopad halvledare övergår till att vara n-dopad. Figur 1 visar energibanddiagrammet för en pn-övergång.



Figur 1: Vänstra bilden visar en pn-övergång utan yttre spänning. p-sidan är vit och n-sidan är grå. I högra bilden ligger en spänning U mellan n-och p-sidan, vilket lyfter n-sidan med energin eU relativt p-sidan. Elektroner och hål strömmar då in i övergångsområdet och kan rekombinera.

Elektroner (svarta punkter) på n-sidan och hål (ringar) på p-sidan har en energifördelning som bestäms av temperaturen i dioden. För att ljusutsändning ska kunna ske måste elektroner och hål gå in i övergångsområdet och mötas så att en elektron kan falla ner till det tomma tillstånd som utgörs av hålet. Bandgapsenergin E_g bestämmer fotonenergin ($hf = E_g$) och är karakteristisk för det halvledarmaterial pn-övergången är tillverkad av.

De allra flesta hål och elektroner hindras av den "energi-backe" som finns i övergången, men ett fåtal har tillräcklig energi för att kunna röra sig in i övergångsområdet. "Backhöjden" eU_{bi} bestäms av den inbyggda spänningen U_{bi} som i sin tur bestäms av hur hårt man har dopat (U_{bi} är inte en yttre spänning vi lägger på; energiskiftet eU_{bi} uppkommer i övergångsområdet då dopningen övergår från p till n). Vid mycket hård dopning är eU_{bi} nästan lika stor som bandgapet (detta är inte ovanligt i kommersiella dioder).

För att öka diodströmmen och sannolikheten för ljusutsändning framspänns dioden, d.v.s. man lägger en spänning U över dioden så att n-sidan lyfts relativt p-sidan (se högra bilden i figur 1). Fler elektroner och hål har nu tillräcklig energi för att röra sig in i övergångsområdet och rekombinera vilket leder till starkare ljus. Vid någon spänning kommer vi att kunna se att dioden lyser. Denna spänning behöver dock inte alls vara lika stor som varken U_{bi} eller E_g/e.

Fotonenergin är alltid bandgapsenergin (eller mycket nära) men det finns alltså ingen anledning att anta att $eU_{\text{onset}} = hf$. Man har då inte tagit hänsyn till att elektronerna och hålen har en viss termisk energi.

Vad händer i lysdiodsexperimentet?

En av deltagarna i kursen arbetar på en skola där man har köpt in Plancks-konstant apparater från ett företag (Frederiksen via VWR) för skolmaterial. Med utrustningen följer en manual (sök "Planck" på företagets hemsida) där användaren uppmanas att mäta ström som funktion av spänning för ett antal dioder och sedan beräkna Plancks konstant. Experimentet motiveras med den felaktiga energibalansen.

I manualen beskrivs en speciell procedur för hur man ska ta fram tröskelspänningen U_{onset}. Tillvägagångssättet illustreras i figur 2 som visar ström som funktion av spänning för en diod. Man drar en tangent till kurvan vid strömmen 5 mA (enligt manualen) och läser av eU_{onset} där tangenten skär spänningsaxeln. I den här ambitiösa varianten av experimentet litar man alltså inte på sina ögon, utan väljer ut tröskelspänningen enligt ovan. De två sätten är dock inte så olika. Om vi antar att alla dioder har ungefär samma verkningsgrad (hur stor del av de elektroner som kommer in i övergångsområdet som rekombinerar) så ger en viss ström ungefär samma fotonflöde ut ur dioden för alla dioder och vi upplever att de lyser lika starkt. Antagligen går det alltså att hitta en strömnivå (5 mA eller något annat) som sammanfaller med att vi ser ljuset.

När man använder sig av endast *en* diod och beräknar h ur $eU_{\text{onset}} = hf$, får man ett ganska dåligt värde. Men, om man följer manualens instruktioner och gör en plot där man avsätter eU_{onset} som funktion av hf för flera dioder, får man ett bra värde på Plancks konstant. Den kursdeltagande läraren har inom ramen för sitt kursprojekt utfört försöket även med "lösa" lysdioder, och fann att det fungerade lika bra som med lådan. Det är alltså själva metoden att välja ut vilka spänningar man ska notera som U_{onset} som leder till det goda resultatet.

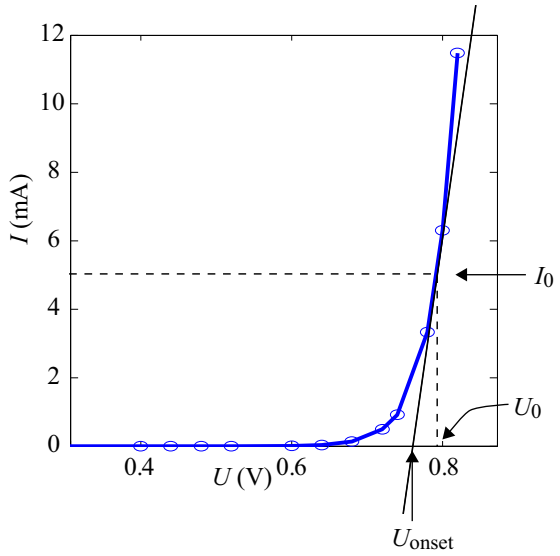
Det avgörande momentet i experimentet är att man alltid läser av U_{onset} vid *samma ström för alla dioderna.* Diodströmmen som funktion av spänning beskrivs av diodekvationen

$$I(U) = K[\exp(eU/mkT) - 1], \tag{1}$$

där m är diodens idealitetsfaktor, k är Boltzmanns konstant och T är temperaturen. Idealitetsfaktorn beror på vilken mekanism som dominerar strömtransporten i dioden. Detta varierar med pålagd spänning men är vid låga spänningar ungefär detsamma (m är ungefär 1-2) för alla dioder.

Exponentialfaktorn i ekvation (1) dominerar även för små spänningar och diodekvationen kan approximeras till $I(U) = K\exp(eU/mkT)$.

Den dominerande skillnaden mellan olika dioder är bandgapet E_g som kom-



Figur 2: I_0 =5 mA, och fås för spänningen U_0. Tröskelspänningen U_{onset} är definierad enligt figuren.

mer in exponentiellt. Konstanten K är således proportionell mot $\exp(-E_g/mkT)$ och diodekvationen blir

$$I = C\exp(-(E_g - eU)/mkT). \tag{2}$$

där vi har introducerat den nya konstanten C.

För att få strömmen I_0 måste vi stoppa in spänningen U_0;

$$I_0 = C\exp(-(E_g - eU_0)/mkT). \tag{3}$$

För alla dioder man använder i experimentet måste alltså $E_g - eU_0 = \delta$ vara ungefär samma för att man ska få $I_0 = 5$ mA. I C ingår vissa materialparametrar som varierar något mellan dioder av olika färg (och därmed olika material) men exponentialfaktorn dominerar strömmen.

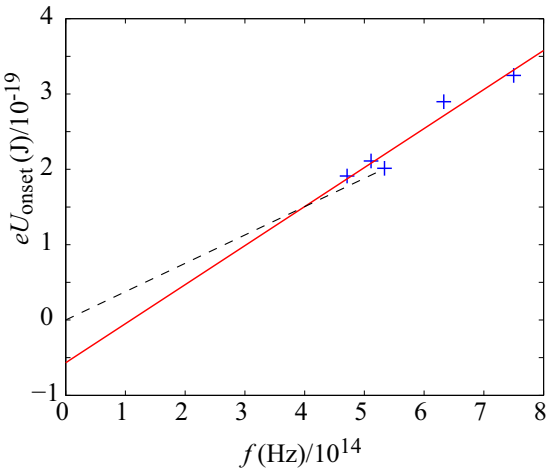
eU_0 kan då skrivas $eU_0 = E_g - \delta$. Man kan dessutom visa[1] att tröskelspänningen U_{onset} skiljer sig från spänningen U_0 med en konstant term

[1]Från figur 2, definiera $\Delta U = U_0 - U_{\text{onset}}$. Tangentens lutning, eller derivatan I' av strömmen med avseende på spänningen U, vid 5 mA är då $I' = I_0/\Delta U$ vilket ger att $\Delta U = I_0/I'$. Man kan alltså skriva

$$U_{\text{onset}} = U_0 - \Delta U = U_0 - I_0/I'$$

Derivatan $I' = e/mkT \cdot I$, vilket leder till att

$$U_{\text{onset}} = U_0 - mkT/e.$$



Figur 3: De fem mätpunkterna är framtagna enligt proceduren beskriven i texten. Den heldragna linjen är en linjär anpassning till alla fem.

($U_{\text{onset}} = U_0 - mkT/e$) så att

$$eU_{\text{onset}} = E_g - \delta - mkT. \tag{4}$$

eU_{onset} är alltså lika med bandgapet sånär som på en konstant för alla dioderna. Om tröskelvärdena $eU_{\text{onset}} = E_g +$ konstant plottas mot $f = E_g/h$, har man alltså plottat E_g mot E_g/h, och lutningen på linjen blir självklart h.

I figur 3 visas tröskelspänning och fotonfrekvens för fem dioder (vi har lånat data från den kursdeltagande lärarens rapport). Lutningen på den heldragna linjen i figur 3 ger att $h = 5,2 \cdot 10^{-34}$ Js.

Det goda resultatet beror således på att man som tröskelspänningar eU_{onset} väljer värden som skiljer sig från $E_g = hf$ endast på en konstant, som är ungefär densamma för alla dioder. Det hade inte spelat någon roll om man i figur 2 valt att lägga tangenten vid 0,1 mA, 1 mA eller 5 mA, och det spelar heller ingen roll om man väljer tangentens skärningspunkt eller det vi har kallat U_0 som tröskelspänning. Ett ändrat val av tröskelspänning kommer enbart att förflytta linjen i figur 3 i höjdled; lutningen ändras inte.

Om h beräknas från endast ett av värdena får man ett sämre resultat. Underförstått har man ju då använt lutningen på en linje genom origo och den aktuella punkten och det är en helt annan lutning (exempelvis den streckade linjen i figur 3 som ger $h = 3,8 \cdot 10^{-34}$ Js). Det här värdet påverkas självklart av ett annat val av tröskelspänning, eftersom punkten då flyttas i förhållande till origo.

Experimentet är helt korrekt så tillvida att det uppenbarligen går att få ut

Plancks konstant från det. Motiveringen att energi in i dioden i form av spänning exakt omsätts i energi ut ur dioden i form av fotoner är däremot felaktig. Man kan ju välja att definiera tröskelspänningen på flera olika sätt, så värdet kan inte vara en konstant för dioden vilket fotonenergin är.

Slutligen tycker vi att det är orimligt dyrt med över 2000 kr för en låda med fem lysdioder och rattar och kontakter. Experimentet (om man vill göra det alls) kan likaväl utföras med lösa dioder och borde, som läraren konstaterar i sin projektrapport, då vara mycket mer instruktivt i.o.m. att eleverna själva kan koppla ihop en lämplig krets. I den medföljande manualen motiveras försöket dessutom utifrån den felaktiga energibalansen, men man anger samtidigt som referens en artikel i American Journal of Physics (vol. 66, p1, 1998) där problemen med laborationen och energiresonemanget gås igenom. Företaget verkar alltså vara väl medvetna om varför experimentet "råkar" fungera och beskriver därför noggrant den procedur som leder till att laborationen "lyckas".